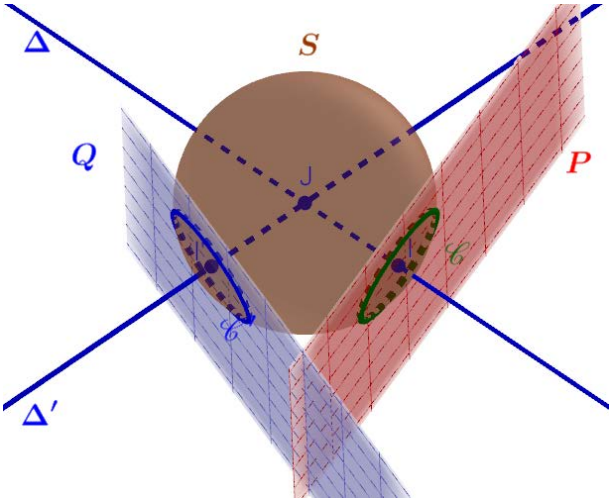
B/ Soient les points $I(0,0,1)$ et $I'(-2,2,1)$, le cercle C de centre I et de rayon 1 contenu dans le plan P, et le cercle C' de centre I' et de rayon 1 contenu dans le plan Q.
On désigne par Δ l'axe du cercle C et par Δ' l'axe du cercle C'.
On se propose de démontrer qu'il existe une sphère S contenant C et C '.



1) Déterminer une représentation paramétrique de chacune des droites Δ et Δ'.

2) Montrer que les droites Δ et Δ' sont sécantes au point $J(-1,1,2)$.

3) Soit *N* un point de C et N' un point de C '.
Montrer que : $NJ = N'J$.

4) Déduire qu'il existe une sphère S contenant C et C ' dont on précisera le centre et le rayon.

EXERCICE N°3 : 4 points

Soit U la suite définie sur *IN* par $U_0 = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+t}\,dt$ et $U_n = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\left(t-\frac{1}{2}\right)^n}{(1+t)^{n+1}}\,dt$, $n \geq 1$.

1) Calculer U_0.

2) a) Vérifier que pour tout $t \in \left[0,\frac{1}{2}\right]$, $\frac{t-\frac{1}{2}}{(1+t)^2} = \frac{1}{1+t} - \frac{3}{2(1+t)^2}$. **b)** Calculer alors U_1.

3) a) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que pour tout $n \geq 1$, $U_{n+1} = \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{n+1} + U_n$

b) Calculer alors U_2 et U_3.

4) Soit *V* la suite définie sur IN^* par $V_n = \int_0^{\frac{1}{2}} \left(t-\frac{1}{2}\right)^n dt$.

a) Calculer V_n en fonction de n et déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$.

b) Montrer que pour tout $n \geq 1$, $0 \leq U_{2n} \leq V_{2n}$.

c) Déterminer alors $\lim\limits_{n\to+\infty} U_{2n}$. **d)** En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

EXERCICE N°4 : 7 points

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \ln\left(\frac{x^2}{x+1}\right)$.

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

A/ 1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$. Interpréter graphiquement.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$. Interpréter graphiquement.

Qarray.tn Aqra Blech- Qarray.tn